Notre modèle mathématique permettra à trouver la hauteur d'augmentation en fonction de l'augmentation de la température.

Pour cela, on considère un réel t positif associé à la température moyenne de l'eau.

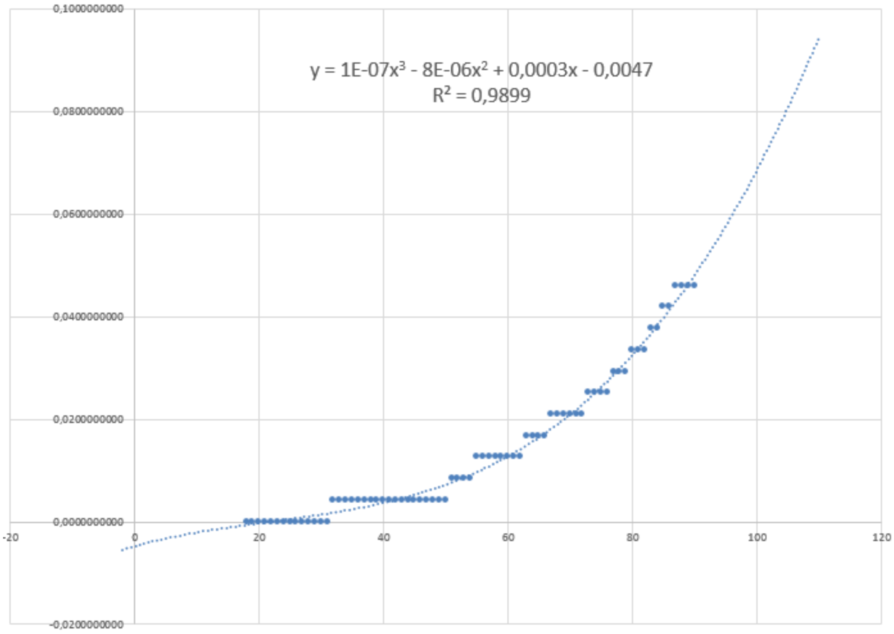
Soit V(t) la fonction qui associe la température au volume d'eau.

On pose f la fonction qui associe à un réel positif t le coefficient multiplicateur d'augmentation qui permet d'obtenir le volume gagné par rapport au volume de base de la température 17°C.

On a donc :

$$\forall t \in [0\,;\,+\infty[, f(t) = \frac{V(t) - V(17)}{V(17)} \approx 10^{-7} \times t^3 - 8 \times 10^{-06} \times t^2 + 0{,}0003t - 0{,}0047$$

A l'aide d'un grapheur, on obtient la représentation graphique de la fonction f en fonction de la température moyenne de l'eau, et une approximation de l'équation de la fonction f.



$\forall t \in [0\,;\,+\infty[,\ \ f(t) = \frac{V(t)-V(17)}{V(17)} \iff V(t) = V(17) + f(t) \times V(17).$

Pour $t = 3{,}5°C$, qui correspond à la température moyenne des océans, on obtient :

$$V(3{,}5) = V(17) + V(17) \times f(3{,}5)$$
$$\iff V(3{,}5) \approx 239 + 239 \times (10^{-7} \times 3{,}5^3 - 8 \times 10^{-06} \times 3{,}5^2 + 0{,}0003 \times 3{,}5 - 0{,}0047)$$
$$\iff V(3{,}5) \approx 238{,}105$$

On pose g la fonction qui associe à un réel positif t le coefficient multiplicateur d'augmentation qui permet d'obtenir le volume gagné par rapport au volume de base de la température 3,5°C.

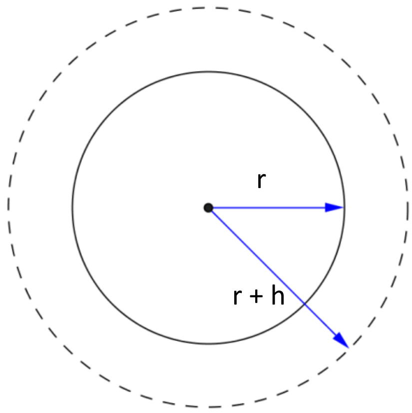
$$\forall t \in [0\,;\,+\infty[, g(t) = \frac{V(t) - V(3{,}5)}{V(3{,}5)}$$

$$\iff g(t) = \frac{V(17) + V(17) \times f(t) - V(3{,}5)}{V(3{,}5)}$$

$$\approx \frac{V(17) + V(17) \times (10^{-7} \times t^3 \; - \; 8 \times 10^{-06} \times t^2 + \; 0{,}0003t \; - \; 0{,}0047) - V(3{,}5)}{V(3{,}5)}$$

On note h la hauteur d'augmentation du volume d'eau sur terre. En sachant que la surface de l'eau représente 71% de la surface terrestre, on va considérer que le volume d'eau ajouté occupe proportionnellement la surface que l'eau occupe sur terre.

On en déduit ce schéma simplifié avec r le rayon de la terre, et h la hauteur d'eau ajoutée:



On estime la variation du volume d'eau sur terre par :

$$\Delta V' = V'(r+h) - V'(r)$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times (r+h)^3 - \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times [(r+h)^3 - r^3]$$

Dans un voisinage de a :

$f(a+h) - f(a) \approx f'(a) \times h$

Donc $(r+h)^3 - r^3 \approx 3r^2 \times h$

On obtient donc :

$$\Delta V' \approx \frac{4}{3} \times \pi \times 3r^2 \times h \;\approx 4\pi r^2 h$$

D'où :

$$h \approx \frac{\Delta V'}{4\pi r^2}$$

De plus, $V'(r+h) = V_{océan} + V_{océan} \times g(t)$.

Or, on considérer que le volume d'eau ajouté occupe proportionnellement la surface que l'eau occupe sur terre :

$$h \approx \frac{V_{océan} + V_{océan} \times g(t) - V_{océan}}{\frac{71}{100} \times 4\pi r^2} \approx \frac{V_{océan} \times g(t)}{\frac{71}{100} \times 4\pi r^2}$$

On sait que le volume de l'océan est estimé à 1320 000 000 km^3qui est égal à $132 \times 10^{16} m^3$, et que le rayon de la terre est 6371 km qui est égal à $6371 \times 10^3 m$.

On obtient donc :

$$h \approx \frac{132 \times 10^{16} \times g(t)}{\frac{71}{100} \times 4\pi \times (6371 \times 10^3)^2}$$

$$\Leftrightarrow \ h \approx \frac{33 \times 10^{12} \times g(t)}{452341\pi}$$

$$\approx \frac{33 \times 10^{12} \times (V(17) + V(17) \times (10^{-7} \times t^3 \ - \ 8 \times 10^{-06} \times t^2 + \ 0{,}0003t \ - \ 0{,}0047) - V(3{,}5))}{452341\pi \times V(3{,}5)}$$

Annexe :

Calcul des hauteurs de l'eau ajouté par rapport aux résultats de l'expérience précédente sur la dilatation thermique :

t (en °C)	h (en mètres)	t (en °C)	h (en mètres)	t (en °C)	h (en mètres)
0	-3,4948448824	33	13,9996826953	66	46,6344018413
1	-2,4261556075	34	14,3681079263	67	48,6931195919
2	-1,4138094167	35	14,7526311813	68	50,8403764744
3	-0,4556111247	36	15,1554476454	69	53,0783676741
4	0,4506344534	37	15,5787525037	70	55,4092883759
5	1,3071225028	38	16,0247409412	71	57,8353337649
6	2,1160482086	39	16,4956081431	72	60,3586990263
7	2,8796067559	40	16,9935492944	73	62,9815793451
8	3,5999933297	41	17,5207595803	74	65,7061699064
9	4,2794031152	42	18,0794341858	75	68,5346658954
10	4,9200312974	43	18,6717682960	76	71,4692624970
11	5,5240730614	44	19,2999570960	77	74,5121548964
12	6,0937235924	45	19,9661957709	78	77,6655382787
13	6,6311780753	46	20,6726795059	79	80,9316078290
14	7,1386316954	47	21,4216034859	80	84,3125587324
15	7,6182796376	48	22,2151628960	81	87,8105861739
16	8,0723170872	49	23,0555529215	82	91,4278853386
17	8,5029392290	50	23,9449687472	83	95,1666514117
18	8,9123412484	51	24,8856055585	84	99,0290795782
19	9,3027183303	52	25,8796585402	85	103,0173650232
20	9,6762656598	53	26,9293228776	86	107,1337029318
21	10,0351784221	54	28,0367937557	87	111,3802884892
22	10,3816518022	55	29,2042663596	88	115,7593168803

23	10,7178809852	56	30,4339358744	89	120,2729832902
24	11,0460611562	57	31,7279974851	90	124,9234829042
25	11,3683875003	58	33,0886463770		
26	11,6870552026	59	34,5180777350		
27	12,0042594482	60	36,0184867443		
28	12,3221954221	61	37,5920685899		
29	12,6430583095	62	39,2410184569		
30	12,9690432954	63	40,9675315305		
31	13,3023455650	64	42,7738029957		
32	13,6451603032	65	44,6620280376		

On obtient donc le graphique suivant montrant la hauteur de l'eau ajouté en en fonction de la température :